--------------------------------------------------------------------------------

Módulo 1: Teoria dos Conjuntos (A Linguagem da Matemática)

A teoria dos conjuntos é como uma **linguagem para descrever grupos de coisas**. Desde crianças, nós já usamos a ideia de conjunto, como "o conjunto dos meus brinquedos" ou "o conjunto das pessoas da minha família". Conforme crescemos, lidamos com grupos mais abstratos, como os números.

**Como Representar um Conjunto?**

• **Listando os elementos (Representação Explícita):** Você simplesmente lista os objetos dentro de chaves {} e os separa por ponto e vírgula (;). Usamos ponto e vírgula para não confundir com as vírgulas usadas em números decimais.

    ◦ **Exemplo:** O conjunto B = {1; 3; 9; 7; 5} contém números ímpares entre 0 e 10. A ordem em que você lista os elementos não importa, é como se estivessem todos dentro de uma caixa.

• **Descrevendo uma característica (Representação Implícita):** Você descreve uma regra ou propriedade que os elementos do conjunto devem ter.

    ◦ **Exemplo:** F = {x | x² = 9}. Lemos "o conjunto dos objetos x tal que o quadrado de x é igual a 9". Isso significa que os números que satisfazem essa regra são 3 e -3.

**O que os Elementos e Conjuntos Podem Fazer?**

• **Pertinência (Estar ou Não em um Conjunto):**

    ◦ Se um objeto a está em um conjunto A, dizemos que a pertence a A e escrevemos a ∈ A.

    ◦ Se a não está em A, dizemos que a não pertence a A e escrevemos a ∉ A.

    ◦ **Exemplo:** Se A = {1; 2; {3, 4}; 5; 6}, então 1 ∈ A é verdadeiro, mas {3, 4} ∈ A também é verdadeiro, porque o conjunto {3, 4} é visto como um único objeto dentro de A.

• **Inclusão (Um Conjunto Dentro do Outro):**

    ◦ Se todos os elementos de um conjunto Y também são elementos de um conjunto X, dizemos que Y está contido em X (Y ⊂ X) ou X contém Y (X ⊃ Y).

    ◦ **Exemplo:** Se X = {1; 2; 3; 4; 5} e Y = {1; 2}, então Y ⊂ X é verdadeiro.

    ◦ **Conjunto Vazio (∅ ou {}):** É um conjunto que **não tem nenhum elemento**. Pense nele como uma sacola de compras vazia. O conjunto vazio é considerado subconjunto de qualquer outro conjunto.

**Conjuntos de Números Comuns:**

• **Números Naturais (ℕ):** São os números que usamos para contar: **0, 1, 2, 3, ...** (alguns autores não incluem o zero).

• **Números Inteiros (ℤ):** Incluem os números naturais, o zero e os números negativos: **..., -2, -1, 0, 1, 2, ...**.

• **Números Racionais (ℚ):** São os números que podem ser escritos como uma fração de dois números inteiros. Incluem os inteiros, decimais exatos (como 0,5) e dízimas periódicas (como 0,333...).

• **Números Reais (ℝ):** É o conjunto de **todos os números racionais e irracionais**, representados em uma linha contínua chamada reta real.

**Intervalos na Reta Numérica (Partes da Reta Real):**

São conjuntos de números reais que representam um pedaço da reta.

• **Extremidade Incluída:** Usamos um **círculo cheio** no gráfico e **colchetes [ ou ]** na notação escrita.

• **Extremidade Excluída:** Usamos um **círculo vazado** no gráfico e **parênteses ( ou )** ou **colchetes invertidos ] ou [** na notação escrita.

    ◦ **Exemplo:** O intervalo [2, 5) inclui o 2, mas não inclui o 5.

**Valor Absoluto (Distância):**

O valor absoluto de um número x, escrito como |x|, representa a **distância desse número até o zero** na reta real. Uma distância é sempre um valor positivo.

• **Fórmula:**

    ◦ **|x| = x**, se x for positivo ou zero (x ≥ 0).

    ◦ **|x| = -x**, se x for negativo (x < 0).

    ◦ **Exemplo:** |3| = 3 e |-3| = 3.

    ◦ **Uso prático:** |x - 1| = 3 significa "a distância entre x e 1 é 3". Isso acontece quando x é 4 (1 + 3) ou -2 (1 - 3).

**Operações entre Conjuntos (Diagramas de Venn):**

Podemos "misturar" ou "separar" conjuntos usando algumas operações, que são visualizadas pelos Diagramas de Venn (desenhos com círculos).

• **Conjunto Universo (U):** É o "grande conjunto" que contém todos os elementos que estamos considerando em uma discussão.

• **Interseção (A ∩ B):** O conjunto de **elementos que estão tanto em A QUANTO em B**.

    ◦ **Fórmula:** A ∩ B = {x ∈ U | x ∈ A e x ∈ B}.

    ◦ **Exemplo:** Se A = {1; 2; 3} e B = {1; 3; -1}, então A ∩ B = {1; 3}.

• **União (A ∪ B):** O conjunto de **TODOS os elementos que estão em A OU em B (ou em ambos)**.

    ◦ **Fórmula:** A ∪ B = {x ∈ U | x ∈ A ou x ∈ B}.

    ◦ **Exemplo:** Se A = {1; 2; 3} e B = {1; 3; -1}, então A ∪ B = {1; 2; 3; -1}.

• **Diferença (A - B):** O conjunto de **elementos que estão em A, mas NÃO estão em B**.

    ◦ **Fórmula:** A - B = {x ∈ U | x ∈ A e x ∉ B}.

    ◦ **Exemplo:** Se A = {1; 2; 3} e B = {1; 3; -1}, então A - B = {2}.

• **Complementar (A'):** O conjunto de **elementos que estão no Universo (U), mas NÃO estão em A**.

    ◦ **Fórmula:** A' = {x ∈ U | x ∉ A}.

--------------------------------------------------------------------------------

Módulo 2: Princípios de Contagem (Contando Possibilidades)

Os princípios de contagem nos ajudam a descobrir **quantas maneiras diferentes algo pode acontecer**.

• **Princípio da Casa dos Pombos:**

    ◦ Se você tem **mais "pombos" do que "casas"**, então pelo menos uma casa terá que ter mais de um pombo.

    ◦ **Uso prático:** Se há 1 milhão de pessoas em uma cidade (pombos) e o número máximo de fios de cabelo é 200 mil (casas), então **pelo menos duas pessoas terão exatamente o mesmo número de fios de cabelo**.

• **Princípio da Adição:**

    ◦ Usado quando você tem situações que não acontecem ao mesmo tempo, ou quando precisa subtrair repetições.

    ◦ **Fórmula para dois conjuntos X e Y:** n(X ∪ Y) = n(X) + n(Y) - n(X ∩ Y).

        ▪ n(X) significa "o número de elementos do conjunto X".

        ▪ Se os conjuntos X e Y **não têm elementos em comum**, a fórmula se simplifica para n(X ∪ Y) = n(X) + n(Y).

    ◦ **Uso prático:** Em uma pesquisa com 200 alunos matriculados em Inglês, Alemão ou Mandarim, e você sabe quantos estudam 2 ou 3 idiomas, pode usar este princípio para calcular quantos estudam apenas 1 idioma.

• **Princípio da Multiplicação (o "Carro-Chefe"):**

    ◦ Se você precisa tomar **várias decisões em sequência**, o número total de maneiras de fazer tudo é o **produto do número de opções para cada decisão**.

    ◦ **Fórmula:** Se há p maneiras para a 1ª decisão e q maneiras para a 2ª (e assim por diante), o total de maneiras é p \* q \* ....

    ◦ **Atenção:** A *quantidade* de opções para a próxima decisão deve ser a mesma, independentemente da escolha anterior (mesmo que os itens escolhidos sejam diferentes).

    ◦ **Uso prático:** Para formar números de 2 dígitos diferentes usando os algarismos 1, 2, 3 e 4:

        ▪ Para o primeiro dígito (dezena), você tem 4 opções.

        ▪ Para o segundo dígito (unidade), como deve ser diferente, sobram 3 opções.

        ▪ **Total de números:** 4 \* 3 = 12 números.

• **Fatorial (n!):**

    ◦ É o produto de um número inteiro positivo n por todos os inteiros positivos menores que ele, até 1.

    ◦ **Fórmula:** n! = n \* (n-1) \* (n-2) \* ... \* 1.

    ◦ **Exemplos:**

        ▪ 3! = 3 \* 2 \* 1 = 6.

        ▪ 0! = 1 (por convenção).

    ◦ **Uso prático:** Calcular o número de maneiras de organizar todos os itens de um grupo (permutações).

**Tipos de Agrupamentos Simples (Onde a repetição não é permitida):**

Estes são casos específicos que podem ser resolvidos com o Princípio da Multiplicação.

• **Arranjo Simples (A(n, p) ou nPp):** Usado quando a **ordem importa** e você escolhe p objetos de um total de n objetos distintos.

    ◦ **Fórmula:** A(n, p) = n! / (n - p)!.

    ◦ **Uso prático:** De quantas maneiras podemos formar filas com 5 alunos, tendo 12 alunos disponíveis? A ordem na fila importa.

        ▪ A(12, 5) = 12 \* 11 \* 10 \* 9 \* 8 = 95.040 maneiras.

• **Permutação Simples (P(n) ou n!):** É um caso especial de arranjo onde a **ordem importa** e você usa **TODOS** os n objetos.

    ◦ **Fórmula:** P(n) = n!.

    ◦ **Uso prático:** Quantos anagramas (combinações de letras) podemos fazer com a palavra "trapo" (que tem 5 letras diferentes)? A ordem das letras forma um anagrama diferente.

        ▪ P(5) = 5! = 5 \* 4 \* 3 \* 2 \* 1 = 120 anagramas.

• **Combinação Simples (C(n, p) ou nCp):** Usado quando a **ordem NÃO importa** e você escolhe p objetos de um total de n objetos distintos.

    ◦ **Fórmula:** C(n, p) = n! / (p! \* (n - p)!).

    ◦ **Uso prático:** De quantas maneiras podemos formar uma comissão de 3 participantes a partir de 8 funcionários? A ordem em que você escolhe os membros da comissão não muda a comissão.

        ▪ C(8, 3) = 8! / (3! \* (8 - 3)!) = (8 \* 7 \* 6) / (3 \* 2 \* 1) = 56 comissões.

--------------------------------------------------------------------------------

Módulo 3: Agrupamentos Complementares (Casos Especiais de Contagem)

Este módulo aborda problemas de contagem mais complexos, que geralmente envolvem repetição de objetos ou arranjos em círculo.

• **Arranjo com Repetição (n^p):** Usado quando a **ordem importa** e os objetos **podem se repetir**.

    ◦ **Fórmula:** n^p (n elevado a p).

    ◦ **Uso prático:** Quantas senhas de 6 caracteres podem ser formadas usando 62 tipos diferentes de caracteres (letras maiúsculas/minúsculas, números)? Para cada uma das 6 posições da senha, você tem 62 opções, e elas podem se repetir.

        ▪ 62^6 = 56.800.235.584 senhas.

• **Permutação com Repetição:** Usado para organizar n objetos onde **alguns são idênticos** (repetidos).

    ◦ **Fórmula:** n! / (k₁! \* k₂! \* ... \* kₘ!)

        ▪ Onde n é o número total de objetos, e k₁, k₂, ..., kₘ são as quantidades de cada objeto que se repete [83 (implícito pelo exemplo)].

    ◦ **Uso prático:** Quantos anagramas existem da palavra "Araraquara"?

        ▪ Total de letras: 10.

        ▪ Letra 'A' se repete 4 vezes (4!).

        ▪ Letra 'R' se repete 2 vezes (2!).

        ▪ **Total de anagramas:** 10! / (4! \* 2!) = 37800 [78 (exemplo), 83 (cálculo similar)].

• **Permutação Circular ((n-1)!):** Usado para organizar n objetos em um **círculo**.

    ◦ **Fórmula:** (n - 1)!.

    ◦ **Uso prático:** De quantas maneiras 4 amigos podem se sentar ao redor de uma mesa?

        ▪ (4 - 1)! = 3! = 3 \* 2 \* 1 = 6 maneiras.

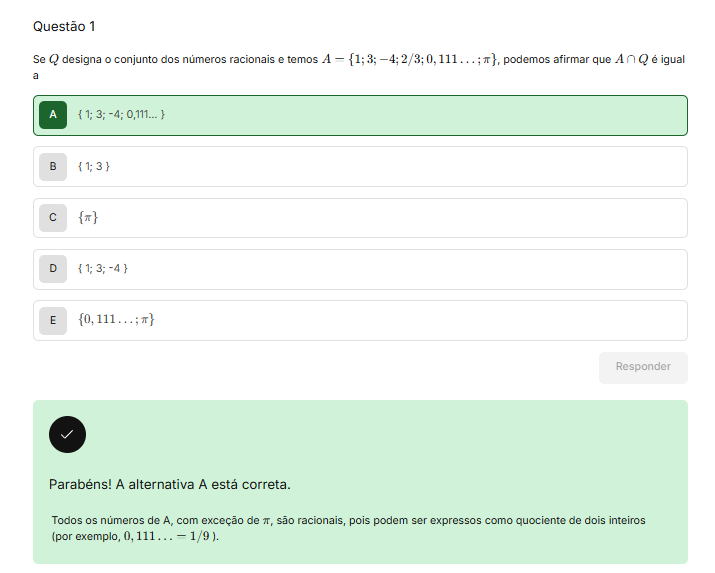
• **Combinação com Repetição:** Usado quando a **ordem NÃO importa** e os objetos **podem se repetir**.

    ◦ **Fórmula:** C(n + p - 1, p) [80 (implícito pelo exemplo)].

    ◦ **Uso prático:** Uma loja tem tabletes de chocolate de 3 marcas diferentes (n = 3). Você quer comprar 8 tabletes (p = 8), podendo escolher a mesma marca várias vezes.

        ▪ C(3 + 8 - 1, 8) = C(10, 8) = 10! / (8! \* 2!) = (10 \* 9) / (2 \* 1) = 45 formas de escolha.

**Ponto Chave:** É importante lembrar que, embora existam esses tipos de agrupamentos com suas fórmulas, os **Princípios da Multiplicação e da Adição são as ferramentas mais poderosas e essenciais** para resolver quase qualquer problema de contagem. Entender a lógica por trás deles é mais importante do que memorizar todas as fórmulas de agrupamento.

Exercícios:  


Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

👉 Dica prática:  
Essas questões parecem “abstratas”, mas se você duvidar de alguma igualdade, **cria um exemplo com conjuntos pequenininhos** (A={1},B={2},C={3}A=\{1\}, B=\{2\}, C=\{3\}A={1},B={2},C={3}) e testa na mão. É como “testar contraexemplo” em matemática.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Temos:

X={x∈Z∣2x−4>3}X = \{ x \in \mathbb{Z} \mid 2x - 4 > 3 \} X={x∈Z∣2x−4>3} Y={x∈Z∣3x−5<11}Y = \{ x \in \mathbb{Z} \mid 3x - 5 < 11 \} Y={x∈Z∣3x−5<11}

**Passo 1: Resolver as inequações**

1. 2x−4>3  ⟹  2x>7  ⟹  x>7/2=3,52x - 4 > 3 \implies 2x > 7 \implies x > 7/2 = 3,52x−4>3⟹2x>7⟹x>7/2=3,5  
   Então os **inteiros** maiores que 3,5 são:

x∈{4,5,6,… }x \in \{4,5,6,\dots\}x∈{4,5,6,…}

1. 3x−5<11  ⟹  3x<16  ⟹  x<16/3≈5,333...3x - 5 < 11 \implies 3x < 16 \implies x < 16/3 \approx 5,333...3x−5<11⟹3x<16⟹x<16/3≈5,333...  
   Então os **inteiros** menores que 5,333 são:

x∈{…,3,4,5}x \in \{\dots,3,4,5\}x∈{…,3,4,5}

# aqui é só fazer como se fosse uma equação, ou seja, jogue os números sem x pra um lado e some, dps que fizer a conta divida pelo x, dai é só fazer os conjuntos normalmente

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

# Aqui é pegadinha, pq quando x2 fica uma parábola e o número passa por 0, se for 2x ou meio que divide ai é suave e ficaria o dobro ou a metade, assim, podendo fazer direto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

# é só fazer equação aqui. Te liga no vídeo pra n esquecer:  
<https://www.youtube.com/watch?v=U5p6e3nU7Oc>

**Passo 1: Lembrar a regra do valor absoluto**

Para ∣x−3∣<5|x - 3| < 5∣x−3∣<5, a regra é:

∣A∣<B  ⟹  −B<A<B|A| < B \implies -B < A < B∣A∣<B⟹−B<A<B

Então aqui:

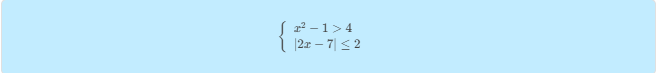
−(5)<x−3<5  ⟹  −5<x−3<5-(5) < x - 3 < 5 \implies -5 < x - 3 < 5−(5)<x−3<5⟹−5<x−3<5

**Passo 2: Isolar o xxx**

−5<x−3<5-5 < x - 3 < 5−5<x−3<5

Some 3 em todos os lados:

−5+3<x<5+3  ⟹  −2<x<8-5 + 3 < x < 5 + 3 \implies -2 < x < 8−5+3<x<5+3⟹−2<x<8



Quando for Elevado a 2 como nesse caso, basta tu transformar em raiz no resultado final, é como uma equação e nós 2 casos vão ter que ter 2 respostas pra marcar na reta numérica.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Vídeo de diferença de conjuntos: <https://www.youtube.com/watch?v=Empy_kGq6yU&list=PL-LPJn0YTIEGrlmagtxjIALtOf4lO2Ff1&index=8>

a. A={1;2;3;−1;−5} e B={−3;−2;1;3}

União A∪B= {-5, -3, -2, -1, 1, 2, 3}

Interseção A∩B= {1, 3}

Diferença A-B = { 2, -1, -5 }

Diferença B-A = { -2, -3 }

b. A=]−1;3] e B=]−∞;1[

União A∪B= ] -∞; 3 ]

Interseção A∩B= ] 0; 1 [

Diferença A-B= ] 1; 3 ]

Diferença B-A= ] -1; 1 [

A=1, B=2, C=3

A∪(B∩C) = (A∪B)∩(A∪C)

{1} = {1}

A∩(B∪C)=(A∩B)∪(A∩C)

{} = {}

x > 2

x < -8

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Essa ta errada, vc tem 2 possibilidades em cada um dos números ou entra ou não entra, ou seja 2^8, que da 256 e a resposta é 128, entenda po

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Aplicativo

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

**1. Resolver a inequação x – 1 > 2x**

x - 1 > 2x

-1 > 2x – x

-1 > x

x < -1

2. Resolver a inequação ∣x∣ < 2  
(Isso é por conta que módulo pode deixar negativo ou postivo)

∣x∣ < 2 = -2 < x < 2

3. Interseção das duas condições

-2 < x < -1

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Texto

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.

Interface gráfica do usuário, Texto, Aplicativo, Email

O conteúdo gerado por IA pode estar incorreto.



